**Vấn đề 2. Tìm giới hạn của hàm số**

**Dạng toán 1: Tìm  biết  xác định tại .**

**Phương pháp**:

\* Nếu  là hàm số cho bởi một công thức thì giá trị giới hạn bằng 

\* Nếu  cho bởi nhiều công thức, khi đó ta sử dụng điều kiện để hàm số có giới hạn ( Giới hạn trái bằng giới hạn phải).

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Tìm các giới hạn sau:

**1.**  **2.** 

**Lời giải.**

**1.**  Ta có: 

**2.**  Ta có: .

 **Bài tập tương tự**

Tìm giới hạn các hàm số sau:

**1.  2. **

**3.  4. .**

**Hướng dẫn**

**1.** Ta có:.

**2.**Ta có .

**3.**Ta có: .

**4.** Ta có: .

**Dạng toán 2.** Tìm  trong đó. Dạng này ta gọi là dạng vô định.

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Tìm các giới hạn sau:

**1.**  **2.** 

**Lời giải.**

1.  =  =   = - 

2. 

= 

**Ví dụ 2.** Tìm các giới hạn sau:

**1.**  **2.** 

**Lời giải.**

**1.** Ta có:

**2.** Ta có:

  .

**Ví dụ 3.** Tìm các giới hạn sau:

**1.**  **2.** 

**Lời giải.**

**1.** Ta có: 

 

 

 .



Vậy.

**2.** Ta có: 

Mà: 



.

Vậy.

**CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP**

**Bài 1** Tìm các gới hạn sau :

**1. 2. **

**3. 4..**

**Bài 2** Tìm các gới hạn sau :

**1.  2. **

**3. 4. **

**5.**

**Hướng dẩn**

**Bài 1**

**1**. Ta có: 

 .

**2**. Ta có: 

 .

**3**. Ta có: 

 

 

 

**4**.Ta có:.

**Bài 2.**

**1.** Ta có: 
**2**. Ta có: 

**3**. Ta có: 

**4**. Ta có: 

**5**. Ta có: 

****

****

****

**Dạng toán 3: Tìm, trong đó, dạng này ta còn gọi là dạng vô định.**

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Tìm các giới hạn sau:

**1.** **2.**

**Lời giải.**

**1.** Ta có: 

**2.** Ta có: 

**Ví dụ 2.** Tìm các giới hạn sau:

**1.** **2.**

**Lời giải.**

**1.** Ta có: .

**2.** Ta có: 

**CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP**

**Bài 1** Tìm các giới hạn sau:

**1.**  **2.** 

**3.**  **4.** 

**5.**  **6.** 

**Bài 2** Tìm các giới hạn sau:

**1.**  **2.** 

**3.**  **4.** .

**Hướng dẫn giải bài 1**

**1.**  Ta có: 

**2.** Ta có: 

**3.**  Ta có: 

**4.**  Ta có: 

**5.** Ta có: 

**6.** Ta có: 

**Hướng dẫn giải bài 2**

**1.** Ta có: 

 

**2.** Ta có: 

**3.** Ta có: 

 .

**4.**  Ta có:







Do đó:.

**Dạng toán 4: giới hạn một bên**

**Ví dụ 1.** Xét xem các hàm số sau có giới hạn tại các điểm chỉ ra hay không? Nếu có hay tìm giới hạn đó?

**1.**  khi ;

**2.**  khi 

**Lời giải.**

**1**. Ta có:.

.

Vậy.

**2**. Ta có:.

.

Vậy hàm số  không có giới hạn khi.

**Ví dụ 2.** Tim  để các hàm số:

**1.**  có giới hạn khi .

**2.**  có giới hạn khi .

**Lời giải.**

**1.**  Ta có: 



Hàm số có giới hạn khi  khi và chỉ khi 

.

**2.**  Ta có: 



 

Hàm số có giới hạn khi  khi và chỉ khi 

.

**CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP**

**Bài 1** Xét xem các hàm số sau có giới hạn tại các điểm chỉ ra hay không ? Nếu có hãy tìm giới hạn đó ?

**1.** khi 

**2**.  tại.

**Bài 2** Xét xem các hàm số sau có giới hạn tại các điểm chỉ ra hay không ? Nếu có hãy tìm giới hạn đó ?

**1.**  tại .

**2.**  tại .

**Bài 3**

**1.** Tìm a để hàm số sau có giới hạn khi 

.

**2.** Tìm a để hàm số sau có giới hạn tại 

.

Hướng dẫn giải

**Bài 1**

**1.** Ta có: 

 

Suy ra .

**2.** Ta có: 



Do đó không tồn tại giới hạn của f khi .

**Bài 2**

**1.** Ta có: 

**2.** Ta có 

Hàm số không có giới hạn khi .

**Bài 3**

**1.** Ta có:.

 .

Hàm số có giới hạn khi

. Vậy  là giá trị cần tìm.

**2.** Ta có .